

2023—2024 学年度全市职普融通高一年级第二学期期末教学质量监测

数 学

本试卷共 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1.答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡上。

2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑,如有改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案;回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。

3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知向量 a, b 满足 $|a|=5, |b|=3, a \cdot b = -6$, 则 $|a+b| =$

A.3

B.4

C.6

D. $\sqrt{22}$ 2.已知复数 $z = \frac{1}{i-1}$, 则共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面上对应的点位于

A.第一象限

B.第二象限

C.第三象限

D.第四象限

3.在《九章算术》第三章“衰分”中有如下问题:“今有甲持钱五百六十,乙持钱三百五十,丙持钱一百八十,凡三人俱出关,关税百钱.欲以钱多少衰出之,问各几何?”其译文为:今有甲持 560 钱,乙持 350 钱,丙持 180 钱,甲、乙、丙三人一起出关,关税共 100 钱,要按照各人带钱多少的比例进行交税,问三人各应付多少税? 则下列说法中正确的是

①甲应付 $51\frac{41}{109}$ 钱②乙应付 $32\frac{24}{109}$ 钱③丙应付 $16\frac{56}{109}$ 钱

④三者中甲付的钱最多,丙付的钱最少

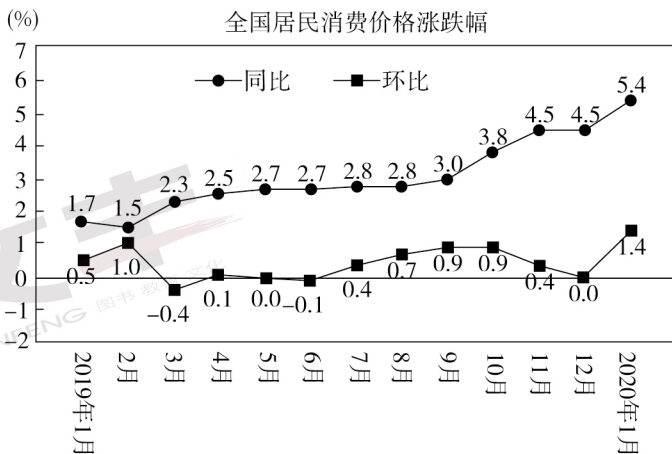
A.①②③

B.①②④

C.②③④

D.①③④

4.国家统计局发布数据显示,2020 年 1 月份全国 CPI(居民消费价格指数)同比上涨 5.4%,环比上涨 1.4%.如图是 2019 年 1 月到 2020 年 1 月全国居民消费价格同比(与去年同期相比)和环比(与上月相比)涨跌幅,则下列判断错误的是(参考数据: $1.7+1.5+2.3+2.5+2.7+2.7+2.8+2.8+3.0+3.8+4.5+4.5+5.4=40.2, 0.5+1.0-0.4+0.1-0.1+0.4+0.7+0.9+0.9+0.4+1.4=5.8$)



- A. 各月同比全部上涨, 平均涨幅超过 3%
- B. 各月环比有涨有跌, 平均涨幅超过 0.3%
- C. 同比涨幅最大的月份, 也是环比涨幅最大的月份
- D. 环比跌幅最大的月份, 也是同比涨幅最小的月份

5. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, x^2)$, $\mathbf{b} = (1, \frac{1}{x})$, 若 $\mathbf{b} \perp \mathbf{a}$, 则 $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} =$

- A. $(2, \frac{9}{4})$ B. $(1, \frac{9}{4})$ C. $(1, \frac{19}{2})$ D. $(2, 4)$

6. 随着互联网的普及, 人工智能的应用, AI 给人们的生产和生活带来了很多便利, 某高中计划组建人工智能兴趣社团, 现要从该校的高一, 高二, 高三这三个年级中按比例分配的分层随机抽样的方法抽取 36 人组建成兴趣社团, 已知该校高一, 高二, 高三这三个年级的人数分别为 400 人, 300 人, 500 人, 则毕业班年级应被抽到的人数为

- A. 6 B. 12 C. 15 D. 20

7. 已知圆柱的母线长与底面的半径之比为 $\sqrt{3} : 1$, 四边形 $ABCD$ 为其轴截面, 若 E 为上底面圆弧 $\widehat{AB}$ 上靠近 B 点的三等分点, 则异面直线 DE 与 AB 所成角的余弦值为

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

8. 已知 O 是锐角三角形 ABC 的外接圆圆心, $\tan A = \frac{1}{3}$, 若 $\frac{\cos B}{\sin C} \overrightarrow{AB} + \frac{\cos C}{\sin B} \overrightarrow{AC} = 2m \overrightarrow{AO}$, 则 m 的值为

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分。

9. 若点 A 在直线 b 上，直线 b 在平面 β 内，则点 A ，直线 b ，平面 β 之间的关系可以记作

- A. $A \in b$ B. $b \subset \beta$ C. $A \in \beta$ D. $A \subset \beta$

10. 平行六面体中，各个表面的直角个数之和可能为

- A. 0 B. 4 C. 8 D. 16

11. 已知 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $a(\sin A - \sin B) = c \sin C - b \sin B$ ，则

A. $C = \frac{\pi}{6}$

B. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，则 c 的最小值为 2

C. 若 $a = 1, B = \frac{5\pi}{12}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3 + \sqrt{3}}{8}$

D. 若 $b = 3, c = \sqrt{7}$ ，则满足条件的 $\triangle ABC$ 有且仅有一个

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 若将两个半径为 1 的铁球熔化后铸成一个球，则该球的半径为_____。

13. 下列说法正确的是_____。

- ① 两两相交且不过同一点的三条直线必在同一平面内；
- ② 过空间中任意三点有且仅有一个平面；
- ③ 若空间两条直线不相交，则这两条直线平行；
- ④ 若直线 $l \subset$ 平面 α ，直线 $m \perp$ 平面 α ，则 $m \perp l$ 。

14. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 60^\circ, AB = 2, BC = \sqrt{6}$ ， $\angle BAC$ 的角平分线交 BC 于 D ，则 $AD =$ _____。

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分) (1) 已知向量 $a = (3, 2), b = (-1, 3), c = (5, 2)$ ，求 $6a + b - 2c$ ；

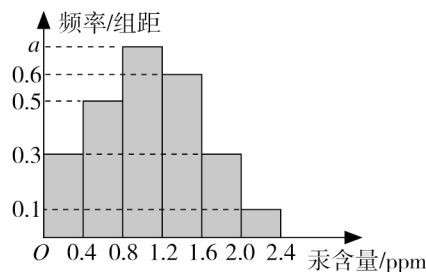
(2) 化简： $\overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP}$ 。

16. (15 分) 已知复数 $z = \frac{3+i}{1-i} + (2+i)^2$ 。

(1) 求复数 z 的共轭复数和模；

(2) 若 $\left(\frac{\bar{z}}{2}\right)^2 - az = 3 + 6i + b (a, b \in \mathbf{R})$ 。求 a, b 的值。

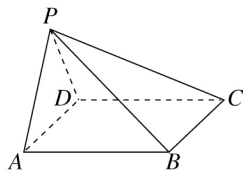
17.(15 分)有一种鱼的身体吸收汞,身体中汞的含量超过其体重的 1.00 ppm(百万分之一)的鱼被人食用后,就会对人体产生危害.某检测中心从这一批鱼中随机抽取了 50 条,检测其汞含量(单位:ppm),并将所得数据分为 6 组: $[0, 0.4)$, $[0.4, 0.8)$, $[0.8, 1.2)$, $[1.2, 1.6)$, $[1.6, 2.0)$, $[2.0, 2.4]$, 整理后得到如下频率分布直方图.



- (1) 由频率分布直方图估计样本的 80% 分位数(精确到 0.01);
- (2) 由频率分布直方图估计这批鱼汞含量的平均值(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表).

18.(17 分)已知四棱锥 $P-ABCD$, 侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 侧面 PAD 为等边三角形, 底面 $ABCD$ 为菱形, 且 $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$.

- (1) 证明: $PB \perp AD$;
- (2) 若 $AB = 2$, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



19.(17 分)三边长度均为整数的三角形称为“整三角形”.若整三角形 ABC 的内角

$$A, B, C \text{ 所对边分别为 } a, b, c, \text{ 且 } \frac{2 - \cos A}{2 \cos^2 \frac{B}{2}} = \frac{\sin A}{\sin B}.$$

- (1) 探究 $\triangle ABC$ 的三边长度是否存在等量关系;
- (2) 若 $C = 2A$, 当 a 取最小值时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.